

ЭССЕ

\$\$\$001

Современное состояние использования технологии коллективного взаимного обучения в средней школе

\$\$\$002

Функция преподавателя при коллективном взаимном обучении математики в средней школе

\$\$\$003

Состояние реализации принципа непрерывности в содержании математики средней школы (алгебра, геометрия, матанализ)

\$\$\$004

Значение эмпирических методов (контроль, опрос, беседа) в обучении школьной математике

\$\$\$005

Таксономия Блума оценки ожидаемых результатов в школьном обучении математике

\$\$\$006

Роль алгоритмической технологии в развитии математического мышления учащихся

\$\$\$007

Универсальная формула Симпсона как средство интегрированного обучения курсам планиметрии и стереометрии.

\$\$\$008

Ситуация традиционного обучения школьной математике

\$\$\$009

Функция преподавателя при традиционном и инновационном обучении школьной математике

\$\$\$010

Причины перехода к инновационному обучению школьной математике

\$\$\$011

Обучение школьной математике с использованием технологии укрупнения дидактических единиц

\$\$\$012

Числовой ряд и его свойства

\$\$\$013

Связь между предметами алгебры, геометрии и математического анализа в школе

\$\$\$014

Понятия знаний, умений, навыков и способностей в обучении школьной математике.

\$\$\$015

Роль текстовых задач в познавательном процессе

\$\$\$016

Значение задач на построение в обучении школьного курса геометрии.

\$\$\$017

Элементы математической статистики в средней школе

\$\$\$018

Виды профильного обучения школьной математике

\$\$\$019

Понятия числа, меры и величины в школьной математике.

\$\$\$020

Понятия оператора, функционала и функции в школьной математике.

ВОПРОСЫ

001

Основы теории делимости. Отношение делимости и его свойства. Свойства простых и составных чисел. Алгоритм Евклида.

002

Основные понятия и теоремы о матрицах и определителях. Способы нахождения минора, алгебраического дополнения и обратной матрицы.

003

Основные понятия и теоремы, связанные с системой линейных уравнений и методы их решения.

004

Кольцо комплексных чисел. Взаимосвязь между написанием комплексных чисел в различных формах и их геометрические значения.

005

Векторное пространство, Основные понятия и теоремы векторной алгебры. Линейная зависимость векторов.

006

Многочлены с одной переменной. Делимость многочленов. Алгоритм Евклида. Способы нахождения корней многочлена.

007

Линейные операторы и их матрица. Связь между матрицей и преобразованием.

008

Типы линейных преобразований. Образ и ядро преобразования.

009

Собственное значение и собственный элемент (вектор) линейного оператора.

010

Основные элементы теории сравнений . Теоремы Эйлера и Ферма.

011

Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное и векторное произведение двух векторов и их свойства.

012

Различные способы задания прямой на плоскости. Взаимное расположение двух и трех прямых. Угол между двумя прямыми.

013

Эллипс. Исследование эллипса по его каноническому уравнению. Фокусы, эксцентриситет и директрисы эллипса.

014

Гипербола. Исследование гиперболы по ее каноническому уравнению. Фокусы, эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы.

015

Различные способы задания плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
016

Различные уравнения прямой в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
017

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
018

Понятие поверхности. Поверхности вращения: сферические, цилиндрические и конические поверхности, их свойства.
019

Канонические уравнения поверхностей второго порядка и их виды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
020

Обзор общей теории поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка.
021

Теорема Больцано - Вейерштрасса и критерий Коши для числовых последовательностей.
022

Непрерывность функции одной переменной, точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
023

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
024

Формула Тейлора для функции одной переменной. Разложение функций в степенные ряды. Разложение функций e^x , $\ln(1+x)$.
025

Экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных.
026

Определенный интеграл как предел интегральных сумм, его свойства и связь с неопределенным интегралом. Замена переменной в определенном интеграле.
027

Несобственные интегралы первого и второго рода.
028

Дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия. Уравнения, допускающие понижение порядка.
029

Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
030

Линейные однородные уравнения.
031

Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
032

Линейные неоднородные уравнения.

033

Линейные неоднородные уравнения с постоянным коэффициентом.

034

Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов.

035

Понятие краевой задачи.

036

Криволинейный интеграл первого рода. Пути вычисления криволинейных интегралов I-рода.

037

Криволинейный интеграл второго рода. Пути вычисления криволинейных интегралов II-рода.

038

Связь между криволинейным интегралом первого рода и криволинейным интегралом второго рода.

039

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Понятие двойного интеграла. Понятие повторного интеграла.

040

Замена переменных в двойном интеграле.

041

Алгебра теории вероятностей. Определение вероятностей.

042

Локальные и интегральные теоремы Муавра-Лапласа.

043

Случайные величины и их числовые характеристики.

044

Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли.

045

Элементы математической статистики.

046

Высказывания. Булева алгебра высказываний.

047

Функции алгебры логики и способы их задания. Таблицы истинности.

048

Разложения булевых функций по переменным. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.

049

Замкнутые классы и полнота систем функций алгебры логики. Теорема Поста.

050

Проблемы минимизации логических функций. Замкнутые дизъюнктивные нормальные формы.

001

Исследовать на линейную зависимость систему векторов: $\cos x$, $\sin x$, $\sin 2x$ на интервале $(-\pi/2, \pi/2)$.

002

Найти координаты вектора \mathbf{x} в базисе $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$, если он задан в базисе

$$(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3): \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \end{cases}$$
$$\mathbf{x} = \{6, -1, 3\}.$$

003

Дана матрица линейного оператора f в базисе e_1, e_2, e_3 некоторого линейного

пространства: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Является ли вектор x собственным вектором этого линейного оператора? Если является собственным вектором, то к какому собственному значению он относится?

1) $x = -e_1 + 2e_2 - 2e_3,$

2) $x = e_1 - 3e_3.$

004

Используя процесс ортогонализации Грама-Шмидта, постройте ортонормированный базис (f_1, f_2, \dots, f_m) на линейной оболочке $L = L(g_1, g_2, \dots, g_m):$

$$g_1 = (1; -2; 5), \quad g_2 = (3; -1; 5), \quad g_3 = (5; -5; 3).$$

005

Даны два линейных оператора. Используя матричные вычисления, найдите операторы, выражающие переменные x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3 . Обоснуйте свой ответ.

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ x'_2 = -4x_1 + x_2 + 2x_3 \\ x'_3 = 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 \end{cases} \quad \begin{cases} x''_1 = -x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x''_2 = 3x_1 + x_2 - x_3 \\ x''_3 = x_1 - x_2 + x_3 \end{cases}$$

006

Дано:

$$x = \{x_1, x_2, x_3\}, \quad Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}, \quad Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

Найти: ABx .
Ответ обоснуйте.

007

Исследовать систему векторов на линейную зависимость:

$$1 + \mathbf{x} + \mathbf{x}^2, \quad 1 + 2\mathbf{x} + \mathbf{x}^2, \quad 1 + 3\mathbf{x} + \mathbf{x}^2, \quad (-\infty, +\infty).$$

008

Докажите признаки делимости числа на 2, 3, 4, 5, 11 по признаку делимости чисел, определенному Паскалем.

009

Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы.
$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

010

Приведите примеры обобщенной теоремы Виета и ее применения при решении уравнений.

011

Найти координаты вектора \mathbf{x} в базисе $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$, если он задан в базисе

$$(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3): \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (3/2)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 2, 4\}. \end{cases}$$

012

Если в параллелограмме ABCD задано $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \overline{a}, \overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \overline{b}$, найти векторы $\overline{CB}, \overline{CD}, \overline{AC}, \overline{DB}$.

013

В треугольнике $\triangle ACB$ заданы координаты вершин $A(3,2)$, $B(-2,0)$, $C(-1,1)$, 1) найти косинус угла $\angle A$; 2) найти площадь треугольника $\triangle ABC$.

014

Если $\overline{a} = 3\overline{i} + \overline{b}j$, $\overline{b} = 2\overline{i} - 9\overline{j}$, найти $|\overline{a}|, |\overline{b}|, (\overline{a}, \overline{b})$. Объясните их геометрические значения.

015

Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3,2)$, коллинеарно вектору $\vec{p} = (2,1)$. Ответ обоснуйте.

016

Написать уравнения прямых, проходящих через точку $A(5,-1)$ и параллельных /перпендикулярных/ прямой $y = 2x - 3$. Ответ обоснуйте.

017

Найти расстояние между фокусами и эксцентриситет эллипса $25x^2 + 9y^2 = 225$.

018

Найти угол между двумя прямыми: $l_1: 3x - 4y = 5$, $l_2: y = 5x - 3$. Ответ обоснуйте.

019

Найти расстояние от точки $M(5,-2)$ до прямой $l: 3x + 4y - 5 = 0$. Ответ обоснуйте.

020

Найти расстояние от точки $M(2,-3,0)$ до плоскости $2x - 2y + z - 5 = 0$. Ответ обоснуйте.

021

Для заданного ряда: 1) найти сумму (S_n) первых n членов ряда; 2) используя определение сходимости, доказать сходимость ряда; 3) найти сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$.

022

Исследовать ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{41n^2+1} \right)^2, \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln(2n+1)}.$$

023

Исследовать знакочередующийся ряд на сходимость и на абсолютную сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

024

Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{2^{n-1} \cdot 3^n}$.

025

Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}$.

026

Разложить периодическую функцию $f(x)$ ($\omega=2\pi$ период) в ряд Фурье на заданном отрезке

$$[-\pi; \pi], \text{ если } f(x) = \begin{cases} -x - 1/2, & -\pi \leq x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

027

Найти область определения: $z = \frac{3x+y}{2-x+y}$.

028

Найти частные производные и дифференциалы следующей функции: $z = \ln(y^2 - e^{-x})$.

029

Вычислить криволинейный интеграл:

$\int_{L_{OA}} (x^2 + y^2) dx + 2xy dy$, здесь L_{OA} - дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,1)$.

030

Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x+y) dx dy$, по области D , ограниченной следующими линиями: $D: y^2=x, y=x$.

031

Найти решение задачи Коши $y'' - 4y' + 5y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$

032

Найти решение задачи Коши $y'' + y = 4e^x, y(0) = 4, y'(0) = -3$

033

Решить дифференциальное уравнение: $y'' - y = e^x$

034

Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2})$.

035

Вычислить интеграл: $\int e^x \cos x dx$.

036

Найти y'_x , если функция задана параметрически $\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = b \sin^2 t \end{cases}$.

037

Найти точку $P(x_0, y_0)$ экстремума функции двух переменных $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10$.
Ответ обоснуйте.

038

Применяя теорему Лагранжа, найти точку C функции $y = \sqrt{x}$ на отрезке $[0;1]$.

039

Исследовать на сходимость следующие интегралы: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}}$.

040

Исследовать на сходимость следующие интегралы: $\int_0^{\infty} \frac{\sin ax dx}{b^2 + x^2}$.

041

Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X : $x_1=-1, x_2=-2, x_3=-3$.
 А также известны математические ожидания этой величины и ее квадрата: $M(X) = 2.3$;
 $M(X^2) = 5.9$. Найти вероятности, соответствующие возможным значениям X .

042

Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	-5	2	3	4
P	0.4	0.3	0.1	0.2

043

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией $f(x) = \frac{2}{3} \sin 3x$ в интервале $(0, \pi/3)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/6, \pi/4)$.

044

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией $f(x) = 2x$ в интервале $(0, 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание и дисперсию величины X .

045

Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	1	4	6
n_i	10	15	25

и нарисуйте график этой функции.

046

Исследовать на полноту систему функций –

$$D = \{x_1 + x_2 \rightarrow \neg x_3, \neg(x_1 \vee x_2 + x_3), \neg(x_2 x_3), x_1 / 1\}.$$

047

Преобразовать формулу в дизъюнктивную нормальную форму и привести ее к сокращенной форме: $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \sim \neg x_3)(\neg x_2 \sim x_4) \vee (x_1 / \neg x_4) \vee x_1 \neg x_2 x_3 \neg x_4$.

048

Построить сокращенную электронную контактную схему заданной функции:

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 x_2 \oplus x_2 x_3) \vee (\neg x_1 \neg x_2 \rightarrow x_3) \vee x_1 x_2 \vee x_3.$$

049

Написать совершенную дизъюнктивную и конъюнктивную нормальную форму для заданной функции:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 / x_2 \neg x_3 / \neg x_1 x_2 \rightarrow \neg x_1 \neg x_2 \neg x_3.$$

050

Данную формулу привести к замкнутой дизъюнктивной нормальной форме:

$$\eta = \neg x_1 \neg x_2 \neg x_3 \vee x_3 \neg x_1 \neg x_2 \vee x_2 \neg x_1 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \neg x_3 x_1 x_2 \vee x_1 \neg x_2 \neg x_3.$$

001

Компьютерные приложения для использования при обучении математике в школе и их эффективность.

002

Актуальные проблемы преподавания математики в условиях цифровизации образования.

003

Числовые системы, способы ее построения и место числовых систем в математике.

004

Методика изучения обыкновенных дробей в школе.

005

Методика изучения отрицательных чисел в школе.

006

Методика введения и преподавания иррационального числа в школе.

007

Методика обучения учащихся приближенным вычислениям.

008

Способы введения понятия тождества в школьной математике.

009

Методы и приемы обучения учащихся решению уравнений.

Прямые и обратные операции над числами.

010

Основные способы решения текстовых задач в школьном курсе математики.

011

Рассмотрение способов решения линейных уравнений и систем уравнений в школьной математике.

012

Методика обучения признакам делимости натуральных чисел в школьной математике.

013

Методика обучения учащихся понятию рациональных чисел и их свойств.

014

Методика обучения прямым и обратным операциям над числами.

015

Обучение учащихся решению задач на составление уравнений и их этапам.

Оқушыларға теңдеу құруға берілген есептерді шығаруды және оның кезеңдерін үйрету.

016

Обучение учащихся выделению полного квадрата из квадратного трехчлена.

017

Обучение учащихся целенаправленному выполнению тождественных преобразований.

018

Методика изучения курса планиметрии.

019

Геометрические методы решения задач по геометрии.

020

Алгебраические методы решения задач по геометрии.

021

Комбинированные методы решения задач по геометрии.

022

Методика изучения курса стереометрии.

023

Аксиоматический метод решения задач на построение в пространстве.

024

Проективный метод решения задач на построение в пространстве.

025

Метод геометрического места точек решения задач на построение в пространстве.

026

Основные этапы обучения геометрии.

027

Использование наглядных пособий при изучении стереометрии.

028

Понятие ряда в математике. Найти сумму ряда: $\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{8} + \dots + \arctg \frac{1}{2n^2} + \dots$.

029

Сходимость рядов. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$.

030

Сходимость рядов. Исследовать ряд на абсолютную или условную сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \sqrt[5]{(n+1)^3}}.$$

031

Сходимость рядов. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}$.

032

Сходимость рядов. Найти радиус сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$.

033

Ряд Фурье и его роль в математической физике. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную на интервале $(0; \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом: $f(x) = \operatorname{sh} 2x$.

034

Частные производные функции многих переменных. Найти значения частных производных $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ в заданной точке $M_0(0, 2, 1)$, если: $3x^2y^2 + 2xyz^2 - 2x^3z + 4x^3y = 4$.

035

Понятие интеграла в школьной математике.

Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_0^{x^{\frac{2}{3}}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f(x, y) dy$.

$$\int_0^1 dx \int_0^{x^{\frac{2}{3}}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f(x, y) dy.$$

036

Используя производную второго порядка, найти экстремум функции $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

037

Применяя теорему Ролля, найти точку C функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ на отрезке $[-1; 1]$.

038

Применяя теорему Лагранжа, найти точку C функции $f(x) = e^x$ на отрезке $[0;1]$.

039

Вычислить следующие несобственные интегралы: $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$. Ответ обоснуйте.

040

Вычислить следующие несобственные интегралы: $\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bxdx$. Ответ обоснуйте.

041

Заданы вершины треугольника ΔABC : $A(5,-3)$, $B(-2,-1)$, $C(2,5)$. Написать уравнения прямых, содержащих медиану AD и высоту CH данного треугольника.

042

Написать уравнения прямых, проходящих через точку $M(-2,5)$ и параллельных /перпендикулярных/ прямой AB , если $A(2,-3)$, $B(5,1)$.

043

Найти расстояние от точки $M(5, -3, 0)$ до прямой $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 5x - 3y + z + 2 = 0 \end{cases}$.

044

Найти расстояние от точки $M(-2, 5, 1)$ до плоскости, проходящей через три точки: $A(-3, 0, 5)$, $B(0, -2, 1)$, $C(5, 2, 4)$.

045

Найти угол между плоскостями: $P_1 : 2x-3y+z+1=0$, $P_2 : 5x+2y-2z+5=0$.

046

Понятие симметрических многочленов. Выразите заданные симметрические многочлены через основные симметрические многочлены :

$$f(x) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 2x_1^2x_2^2 - 2x_1^2x_3^2 - 2x_2^2x_3^2$$

047

Размерность линейного пространства. Найдите базис и определите размерность линейного

пространства решений системы:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

048

Основные элементы теории вероятностей, рассматриваемые в школьной математике. Основные понятия теории вероятностей. Внутри круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка: а) окажется внутри вписанного в круг квадрата; б) не окажется внутри вписанного в круг правильного треугольника?

049

Основные элементы теории вероятностей, рассматриваемые в школьной математике. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 20 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

050

Основные элементы теории вероятностей, рассматриваемые в школьной математике. Основные понятия теории вероятностей. Для разрушения укрытия противника достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что укрытие будет разрушено, если на него сбросить 4 бомбы, вероятность попадания которых соответственно равны: 0,2; 0,5; 0,6 и 0,4.